**Практика № 1**

Решение задач

1. Задача: Спортивное соревнование проводится по круговой системе. Это означает, что каждая пара игроков встречается между собой ровно один раз. Докажите, что в любой момент времени найдутся хотя бы два игрока, прошедшие одинаковое число встреч.

Решение: Представим сетку соревнования в виде полного графа, количество вершин которого равно количеству участников, а ребрами этого графа будут являться матчи между игроками. После окончания каждого матча, общее количество игр инкрементируется на единицу у обоих игроков, то есть ситуации, когда у нас образуется из последовательности чисел 1, 1, 0, 0, 0, 0… менее двух игроков с одинаковым количеством игр. Рассмотрим следующие варианты: 1, 2, 1, 0, 0, 0… и 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0…, в обоих случаях мы получаем более двух игроков.

1. Задача: В шахматном турнире по круговой системе учавствуют семь школьников. Известно, что Ваня сыграл шесть партий, Толя – пять, Лёша и Дима – по три, Семён и Илья – по две, Женя – одну. С кем сыграл Лёша?

Решение: Ваня сыграл 6 партий, следовательно, он сыграл с каждым из соперников. Женя сыграл только одну партию, значит его соперником оказался Ваня. Толя сыграл со всеми кроме одного, Жени, т. к. он играл свою единственную партию с Ваней. Илья и Семён сыграли только по две партии с Толей и Ваней, как мы узнали. Остаются Лёша и Дима, которые сыграли по две партии, мы узнали, что их оппонентами уже стали Толя и Ваня, значит они сыграли друг с другом.

Ответ: Лёша сыграл с Толей, Ваней и Димой.

1. Задача: В соревнованиях по круговой системе с пятью частниками только Ваня и Лёша сыграли одинаковое число встреч, в все остальные – различное. Сколько встреч сыграли Ваня и Лёша?

Решение: При пяти участниках в соревнованиях по круговой системе максимальное количество встреч равно 4. Так как мы знаем, что все участники сыграли минимум одну игру, можем утверждать, что ребята могли сыграть от 1 до 4 игр. Чтобы количество встреч удовлетворяло условию задачи необходимо, чтобы количество сыгранных встреч было 1:2:2:3:4.

Ответ: Ваня и Лёша сыграли по 2 игры.

1. Задача: В соревнованиях пло круговой системе с двенадцатью участниками провели все встречи. Сколько встреч было сыграно?

Решение: Количество встреч в круговой системе рассчитывается по следующей формуле .

Ответ: 66 встреч было сыграно.

1. Задача: Чемпионат лагеря по футболу проводится по круговой системе. За победу в матче давалось 2 очка, за ничью – 1, за поражение – 0. Если две команды набирали одинаковое количество очков, то место определялось по разности забитых и пропущенных мячей. Чемпион набрал семь очков, второй призёр – пять, третий – три. Сколько очков набрала команда, занявшая последнее место?

Решение: Допустим первое место набало 7 очков так: 1н 3в, второе – 3н, 1в, третье 3н, 1п, тогда может рассчитать, как это произошло с остальными участниками. Так как игра было по 4, количество участников равно 5. С учётом предыдущих предположений: четвёртое место сыграло 2 ничьи и проиграла одну игру, а пятое, последнее, проиграла 2 раза и сыграло одну ничью. Остаётся одна игра меду пятым и четвёртым местом, для того, чтобы четвёртое место не набрало больше очков, чем третье, они должны сыграть в ничью, тогда у четвёртого места будет 3 очка, и оно проиграет по разности мячей, а у пятого – 2.

Ответ: У последнего места будет 2 очка.

1. Задача: В футбольном турнире 20 команд сыграли 8 туров: каждая команда сыграла с 8 разным командами. Докажите, что найдутся три команды, не сыгравише между собой пока ни одного матча.

Решение:

1. В компании, состоящей из пяти человек, среди любых трёх человек найдутся двое знакомых и двое незнакомых друг с другом. Докажите, что компанию можно рассадить за круглым столом так, чтобы по обе стороны от каждого человека сидели его знакомые.

Решение: Допустим ребята сидят в порядке 1-2-3-4-5-1 и у нас получилось их рассадить по условию, тогда проверим на выполнение другого условия. Если мы возьмём тройку 2-3-4, 2 и 4 знакомы не будут, однако они сидят со своими знакомыми 1, 3 и 3, 5 соответственно.Теперь возьмём тройку не рядомсидящих ребят, например 1, 3-4, из предыдущего умозаключения сделаем вывод, что 3-4 знакомы, в то же время ребята 1, 3 и 1, 4 могут быть незнакомы, следовательно наше условие выполняется, а так как общее количество ребят пять, мы не сможем взять тройку без одной пары ребят, кторые сидят вместе.

Ответ: Доказано.

1. Известно, что в компании каждый человек знаком не менее, чем с половиной присутствующих. Докажите, что можно выбрать из компании четырёх человек и рассадить за круглым столом так, что при этом каждый будет сидеть рядом со своими знакомыми.

Решение: Пусть N – количество человек. Тогда, исходя из условия, что каждый человек знаком с N/2

1. В некотором государстве система авиалиний устроена так, что любой город соединён не более чем с тремя другими из любого города в любой другой можно перелететь, сделав не более одной пересадки. Какое наибольшее число городов может быть в этом государстве?

Решение: Пусть есть центральный город, от которого исходят три пути к другим различным городам, от которых есть пути ещё к шести разным городам, по два от каждого. Такое строение удовлетворяет нашему условию.

Ответ: 10 городов.